Fiche N°3-3
La terre

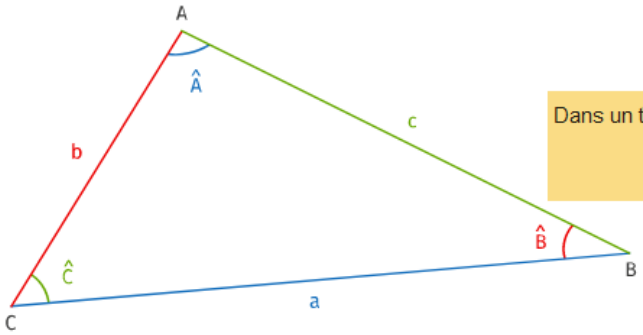
Mesure d'un méridien : Méthode de Delambre et Méchain

A savoir

Première définition du mètre

En 1790, l'Assemblée nationale française décide d'établir un système de mesure unique. Il faut une mesure « pour tous les temps et pour tous les peuples ». De nombreux savants sont associés à ce projet. La Terre est alors choisie comme référence et le mètre défini comme la dix millionième partie du quart du méridien terrestre. Mais il faut en faire la mesure puisque précisément le mètre n'existe pas encore ! C'est à Pierre Méchain (1744-1804) et Jean-Baptiste Delambre (1749-1822), astronomes et mathématiciens, qu'est confiée la mission d'effectuer des premières mesures qui débutent en 1792.

La moitié Nord du méridien de Paris

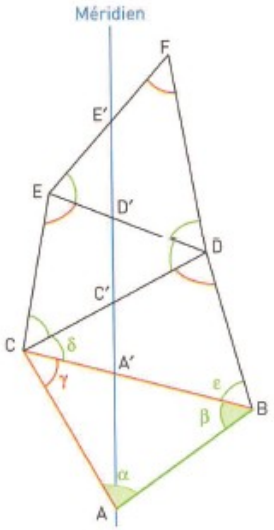


Dans un triangle ABC tel que dans la figure ci-contre, on a :

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Calculer une longueur par triangulation

Afin de mesurer une partie du méridien terrestre, Delambre et Méchain utilisent la technique de triangulation. Cette technique ne nécessite la mesure directe que d'une seule distance, et de plusieurs angles à partir de points d'observation situés en hauteur.



- Deux relations permettent de calculer la longueur des triangles :
  - La somme des trois angles d'un triangle vaut 180°
  - La loi des sinus dans le triangle ABC : $\frac{AB}{\sin\gamma} = \frac{BC}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin\beta}$
- Dans un premier temps, il faut **mesurer** :
  - Une seule longueur AB
  - Les angles α et β en visant un point C depuis le point B et depuis le point A
- Dans un deuxième temps, il est possible de **calculer** :

$\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$ $\quad BC = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} \times AB$ $\quad AC = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \times AB$

Le processus est répété en visant un point D pour mesurer les angles ε et δ. Les autres longueurs et angles du triangle BCD sont déduites, et ainsi de suite pour d'autres triangles, de proche en proche.

- La longueur totale du méridien s'obtient en additionnant les longueurs des segments AA', A'C', C'D', D'E', etc. Pour déterminer ces longueurs, il faut mesurer les angles formés entre une direction donnée et le méridien, puis appliquer les lois de la trigonométrie.

Fiche N°3-3
La terre

Mesure d'un méridien : Méthode de Delambre et Méchain

Visualisation des vidéos.

Donner la définition choisie par Méchain pour le mètre.

Le mètre est le dix milliomène du quart de méridien

A l'aide des données ci-dessous calculez la distance entre Dunkerque et Barcelone

Dunkerque	
Coordonnées	51° 02′ 18″ nord, 2° 22′ 39″ est
Altitude	Min. 0 m Max. 17 m

Barcelone	
Coordonnées	41° 22′ 57″ nord, 2° 10′ 37″ est
Altitude	9 m
Superficie	10 040 ha = 100,4 km^2

Terre	
Rayon équatorial	6 378,137 km
Rayon polaire	6 356,752 km
Rayon moyen volumétrique	6 371,008 km
Aplatissement	0,003353 ≈ 1/300 (1/(298,25±1))
Périmètre équatorial	40 075,017 km
Périmètre méridional	40 007,864 km
Superficie	510 067 420 km^2
Volume	1,083 21×10^{12} km^3

On mesure différence de latitude :

51°02'18- 41°22'57=51,008-41,383=9,626=9°37'32
d= 9,626/360 x40 007,864= 1069,766km

Qu'est-ce qui justifie la méthode employée?

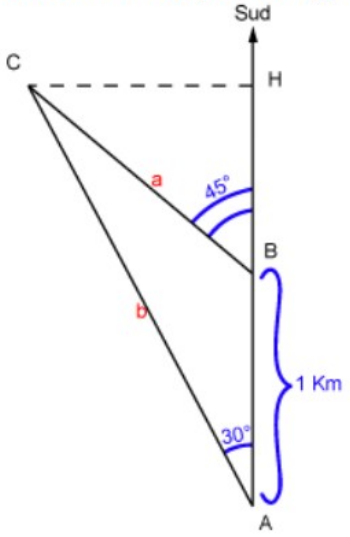
La méthode de Delambre et Méchain permet une précision plus grande que les méthodes directes. Elle repose sur des mesure d'angles précises (à la seconde d'arc). Une seule mesure de distance (appelée base) est seulement nécessaire.
94 triangles ont suffi pour parcourir plus de 1000 km

Calcul d'une distance par triangulation

On désire mesurer la distance CH entre un bâtiment C et une route ABH de direction Nord-Sud sur laquelle se déplace un observateur qui ne peut	

Fiche N°3-3
La terre

Mesure d'un méridien : Méthode de Delambre et Méchain

mesurer que des angles ou des distances sur la route. D'une position A, l'observateur mesure un angle d'azimuth 30° entre le bâtiment C et la direction du Sud. D'une position B située un kilomètre plus loin sur la route, l'observateur va mesurer un azimuth de 45°. **Calculez CH**	**Mesure de distance par triangulation** 

Méthode :

Pour calculer la distance CH, il suffit de résoudre le triangle ABC connaissant les deux angles en A et B et la base AB. On applique une des relations entre angles et côtés dans un triangle.

A/sinÂ= C/sin^C
Angle B=180°-45=135°
Angle C= 180°-135°-30°=15°
A=BC= CxsinÂ/sin^C=1000 sin30°/sin15°=1932m
CH=BCsin 45° =1366m

Fiche N°3-3
La terre

Mesure d'un méridien : Méthode de Delambre et Méchain

Exercice N°2 Mesure d'une méridienne par triangulation

Le but de cet exercice est de calculer la distance AE.

Pour cela, on a « enfermé » le segment correspondant dans une chaîne de trois triangles, et on a réalisé les mesures angulaires portées sur le schéma.

On dispose d'une unique distance, AC et on a AC = 250 m.

L'angle α a pour mesure 27°.

B=180-27-36=117°

1°) Calculer les distances AM et MC.

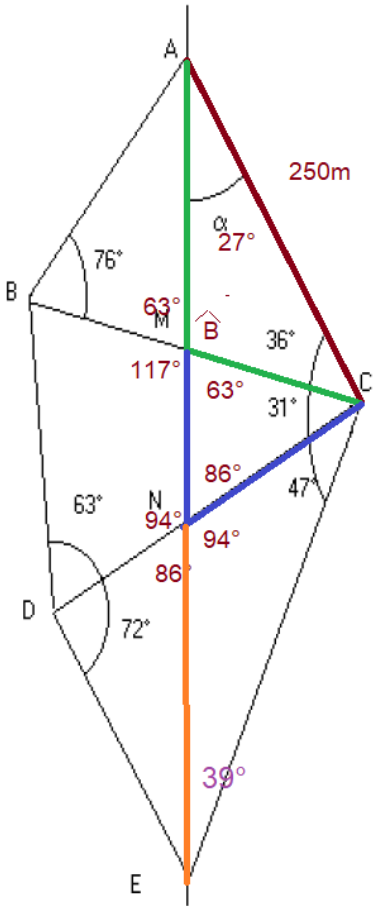
AM= 250x sin36°/sin117°=164,9 m
MC=250xsin27°/sin117°=127,4m

2°) Calculer les distances MN et NE.

MN=MC xsin31°/Sin86°=65,8m

NC=MCxsin63°/sin86°=113,8m

NE=NCx sin47°/sin39°=132,3m

En déduire la distance AE.

AE=AM+MN+NE=363m