

Calcul de la longueur d'un méridien

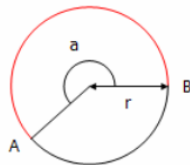
Par Ératosthène

◆ Ératosthène, grâce à une mesure d'angle des rayons solaires, est le premier qui a mesuré le rayon terrestre, puis la longueur du **méridien** terrestre.

◆ Au solstice d'été à Syène (Assouan) en Égypte, à midi, le Soleil éclaire le fond d'un puits alors qu'à Alexandrie, au même moment, une tige verticale projette une ombre, ce qui permet de déterminer l'angle α entre le centre de la Terre et ces deux villes.

Calculer la longueur d'un arc de cercle connaissant son rayon r et son angle a exprimé en degré.

Arc de cercle

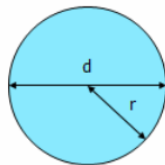


$$\text{longueur de l'arc AB} = \frac{a}{180} \pi \times r$$

Tableau de proportionnalité :

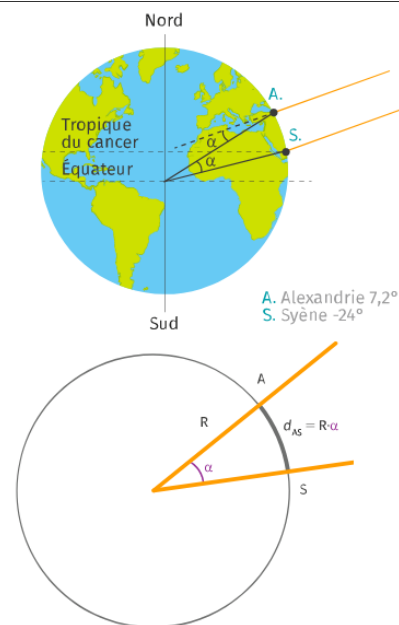
Longueur	$2\pi \times r$	?
Angle (°)	360	a

Cercle complet



$$\pi \approx 3,14$$

$$\text{périmètre} = \pi \times d = 2\pi \times r$$



La rotondité de la terre en question

Doc1

... Pour toutes ces raisons évidentes héritées du bon sens, on imagine communément que les peuples antiques croyaient la Terre plate. En réalité, la plupart des civilisations anciennes qui nous laissèrent des documents auraient déterminé que le monde se devait d'être sphérique. Les navires revenaient de contrées invisibles à l'horizon et, dans les cieux, la rondeur du soleil et de la lune fournissait des indices incontestables'... Certes, il n'est pas inutile de comprendre que, si l'on vit sur une sphère gigantesque, elle risque de paraître plate sur une bonne distance. Et que, si la gravité pointe toujours vers le centre de la planète, rien ne roulera ni ne tombera. Mais ce sont là des subtilités.

(La science du disque monde 2007)

Dégager du texte les arguments qui plaident pour une terre plate.

Le sol apparaît plat. Si la terre n'était pas plate les objets finiraient par rouler (la gravité n'était pas connue).

Dégager du texte qui plaident pour la rotondité de la terre.

La rondeur de la lune du soleil plaident pour une terre ronde elle aussi. L'horizon circulaire semble plaider dans le sens de la rotondité.

Ératosthène.

Vers 250 avant J.-C., un Grec nommé Ératosthène mit à l'épreuve la théorie de la rotondité de la Terre dont il déterminait même la dimension. Il savait que, dans la ville de Syène – aujourd'hui Assouan, en Égypte –, on apercevait à midi le reflet du soleil au fond d'un puits. Ératosthène fit appel à quelques observations simples, et il en eut bien plus que pour son argent.

Il s'agissait de géométrie. Le puits était creusé verticalement. Donc le soleil se trouvait aussi à la verticale de Syène, pile au-dessus. Mais, dans sa cité natale d'Alexandrie, bâtie sur le delta du Nil, le phénomène ne se reproduisait pas. À midi, quand le soleil était à son zénith, Ératosthène projetait une ombre visible. De fait, il estima qu'à midi l'angle entre le soleil et la verticale dépassait légèrement 7° – soit presque un cinquantième de 360° . C'est là qu'il franchit le saut de la déduction. Le soleil se trouve au même endroit quel que soit le site d'observation. D'autres prémisses avaient permis de conclure qu'il devait se trouver très loin de la Terre et que, par conséquent, les rayons qui frappaient le sol près d'Alexandrie étaient quasiment parallèles à ceux qui tombaient au fond du puits à Syène. Ératosthène avança que l'angle s'expliquait par

Donner schéma de la situation vue du centre de la terre, puis estimer la circonférence de la terre puis son rayon.

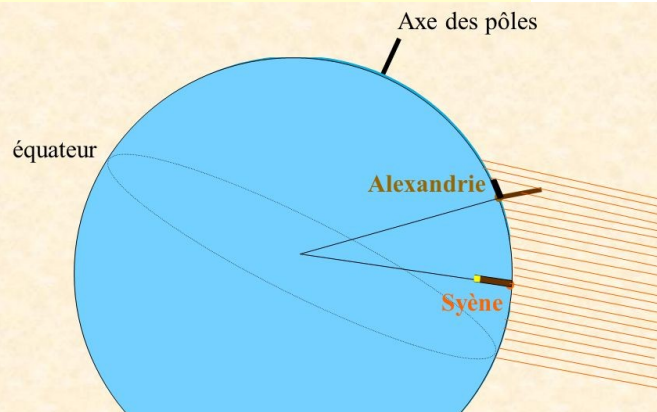
Fiche N°3-1
La terre

Le diamètre de la Terre



Eratosthène observe le 21 juin à midi à Alexandrie, l'ombre d'un obélisque de 2,50 m de haut est égale à 31 cm.

Il sait par ailleurs que les caravanes de chameaux partant de Syène mettent 50 jours pour atteindre Alexandrie en parcourant 100 stades par jour (le stade équivalait à 160 m).



Au même moment, à Alexandrie, le gnomon planté verticalement projette au sol une ombre qui mesure 1/8 ème de sa hauteur.

L'angle entre Syène et Alexandrie est donné par

$\tan(a) = 0,31/2,5 = 0,124$ d'où $a = 7,07$ degrés

7,07 degrés correspond à 5000 stades

360 degrés correspond à $360/7,06 \times 5000 = 254\ 600$ stades

Soit $254\ 600 \times 157 = 39,97 \times 10^6$ m soit environ 40.000 km

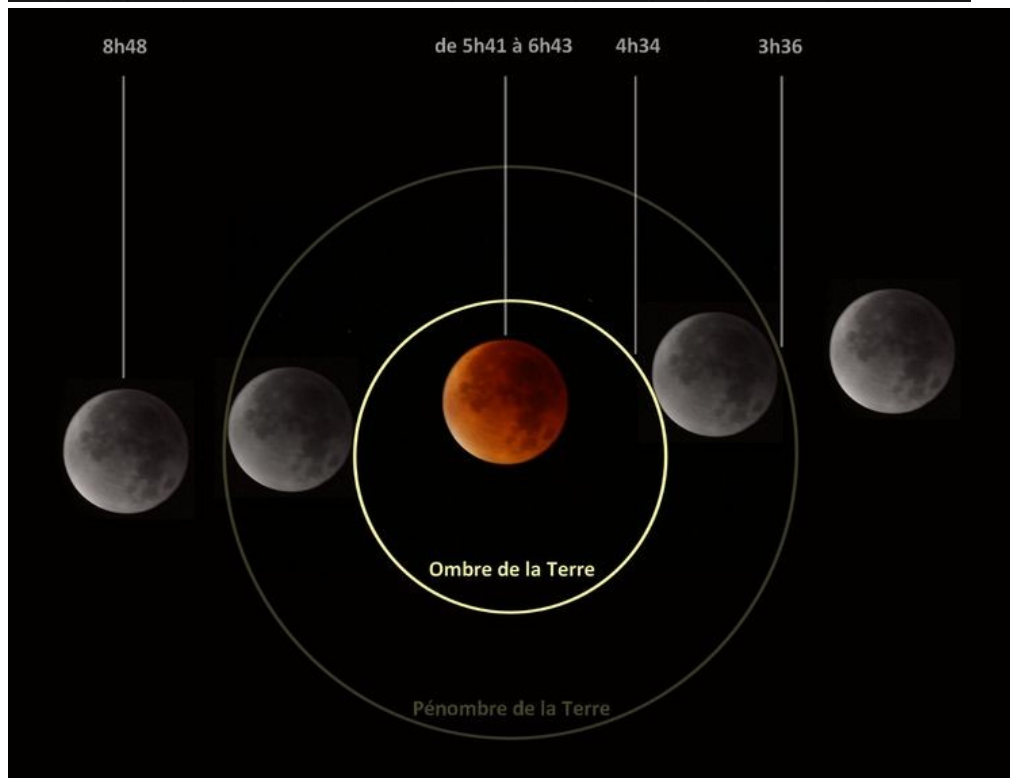
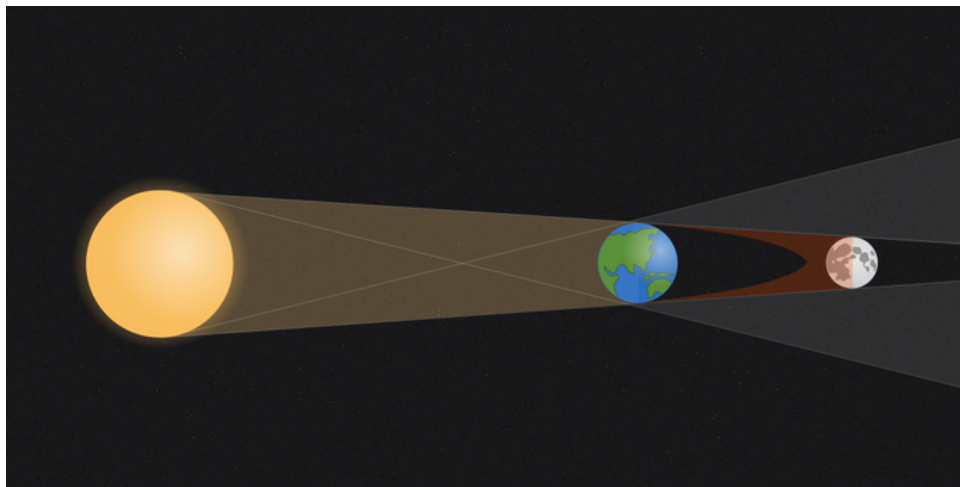
Quelles hypothèses faut-il faire pour que le raisonnement soit valable ?

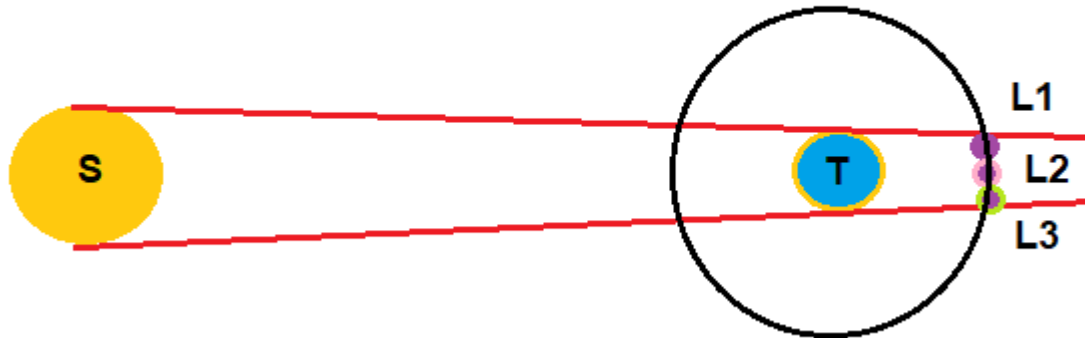
Le raisonnement n'est valable que si le soleil est suffisamment éloigné pour que ses rayons puissent être considérés comme parallèles

Exercice.

Aristarque de Samos (310-230 av. J.-C.) a observé les éclipses de Lune (passage de la Lune dans l'ombre de la Terre). Il a constaté que le diamètre de la Lune pouvait se reporter trois fois dans le disque d'ombre de la Terre.

1. Schématisez le Soleil, la Terre et les trois positions de la Lune dans l'ombre de la Terre.





Si le soleil est suffisamment éloigné les rayons sont parallèles. L'ombre de la terre est donc de la même taille que la terre elle même.

2. Déduisez-en l'expression du rayon de la Lune en fonction du rayon R_T de la Terre.

$$R_L = R_T / 3 = 6400 / 3 = 2133 \text{ km}$$

La taille de la lune est de 1733km

L'erreur est de 23 %...

3. La durée d'une éclipse de Lune est de 4 heures. Quelle est la vitesse de déplacement de la Lune sur son orbite en fonction du rayon de la Terre ?

**La vitesse de déplacement de la lune (on la suppose immobile). En 4 heures la lune parcourt $2 \times R_T = 2 \times 6400 \text{ km} = 12800 \text{ km}$
la vitesse de la lune est donc $12800 / 4 = 3200 \text{ km/h}$
(vitesse réelle 3680 km/h)**

4. Sachant que la Lune a besoin d'environ 1 mois (700 heures) pour faire un tour complet sur son orbite autour de la Terre, quelle est la longueur de l'orbite de la Lune autour de la Terre en fonction du rayon de la Terre ?

En 4h00, la lune parcourt $2 \times R_T = 2 \times 6400 \text{ km} = 12800$ d'où en 700h, elle parcourt $(700/4) \times 12800 = 2\,240\,000 \text{ km}$

5. Calculez alors la distance Terre-Lune sachant que le rayon de la Terre est de 6370 km.

**Distance terre lune = rayon du cercle = circonférence / $2 \times \pi$
 $= 2\,240\,000 / (2 \times \pi) = 356\,000 \text{ km}$**

La distance terre lune évolue entre 357 000 km et 406 000 km