Fiche N°2-4-2
Lois de Kepler

Ascenceur Spatial

A savoir

Période des planètes

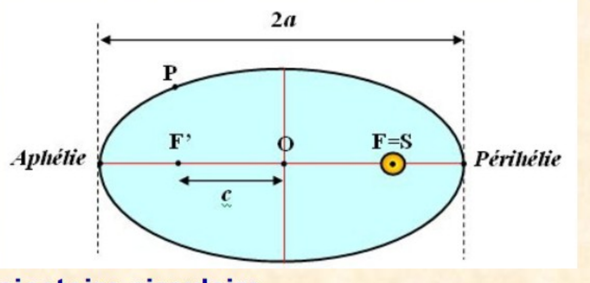
La troisième loi de Kepler

Le carré de la période de révolution **T** d'une planète autour du Soleil divisée par le demi-grand axe **a** au cube de l'orbite elliptique est égale à une constante.

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

En explicitant la contante :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{constante}$$



Démonstration dans le cas d'une trajectoire circulaire

Le mouvement de rotation :

$$\Omega = 2.\pi.f = \frac{2.\pi}{T} \qquad T = \frac{2.\pi}{\Omega}$$

Ω : Vitesse angulaire (rad/s)
v Vitesse linéaire (m/s)
R :Rayon de la trajectoire (m)
T : Période de rotation (s)

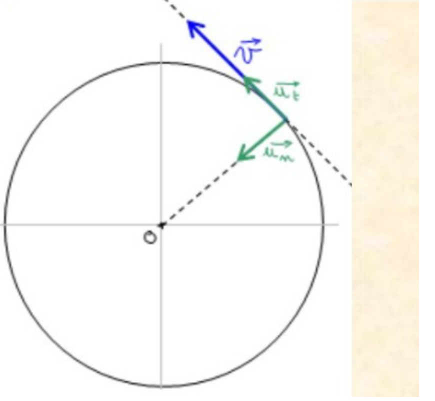
$$\Omega = v/R$$

$$\boxed{T = \frac{2.\pi.R}{v}}$$

L'accélération centripète (dirigée vers le centre)

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

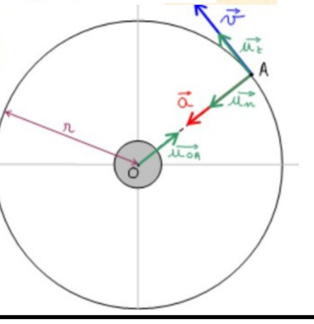
$$\boxed{a_n = \frac{4\pi^2.R}{T^2}}$$



Application du principe fondamental de la dynamique

m : masse de la planète
M : masse du soleil

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a} \qquad G.\frac{m.M}{R^2}\vec{u}_n = m.\vec{a}$$



La seule force qui intervient est la gravitation universelle.
En simplifiant et en utilisant la formule de l'accélération :

$$\frac{G.M}{4.\pi^2} = \frac{R^3}{T^2} \quad \text{ou encore} \quad \frac{4.\pi^2}{G.M} = \frac{T^2}{R^3}$$

Fiche N°2-4-2
Lois de Kepler

Ascenceur Spatial

Document 1. Présentation de l'ascenseur spatial

L'ascenseur spatial a été envisagé dans les années 1970 comme alternative aux lanceurs classiques de satellites que sont les fusées et navettes spatiales.

Dans certains ouvrages, l'ascenseur culminerait à l'altitude de 36 000 kilomètres au-dessus du sol. Cette hauteur n'est pas due au hasard. En effet, un satellite en orbite équatoriale à cette altitude apparait immobile au-dessus d'un point de l'équateur : c'est un satellite géostationnaire.

La particularité de l'orbite géostationnaire suggère une façon de relier le sol et l'espace : il suffit de laisser pendre un câble d'un satellite géostationnaire. Ce dernier restera toujours à l'aplomb du même point de la surface terrestre d'où l'on pourra construire une base de départ de cabines qui escaladeront le câble, transportant des satellites directement jusqu'à l'orbite géostationnaire en quelques jours, environ cinq selon certaines hypothèses retenues.

Dessin d'artiste représentant un ascenseur spatial

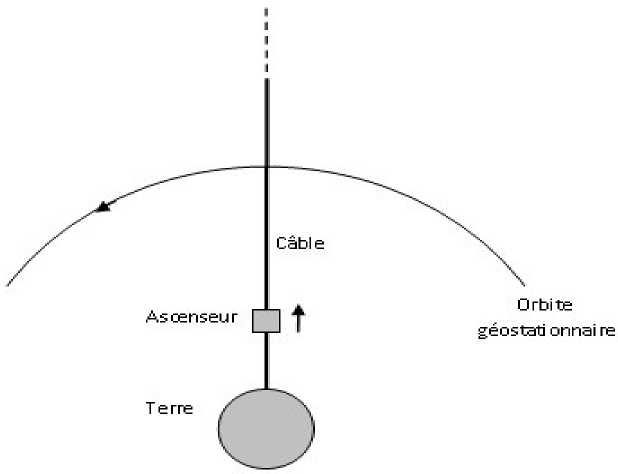
Et inversement les satellites en fin de vie pourraient être redescendus par l'ascenseur et récupérés sur Terre.

Comment déployer le câble depuis l'espace ? La réponse semble simple : il suffit de dérouler une bobine de câbles préalablement mise en orbite géostationnaire.

Mais il y a un problème. Sur la partie basse du câble l'attraction terrestre dépasse la force centrifuge due à son mouvement de rotation autour de la Terre. Conséquence : le câble est irrémédiablement tiré vers la Terre et ne peut maintenir sa position initiale. Pour pallier ce problème, il suffit de déployer le câble simultanément dans deux directions opposées, c'est-à-dire vers la Terre et vers l'espace.

Dans ce cas, l'astuce consiste à ce que la partie supérieure du câble « retienne » la partie inférieure.

L'ascenseur spatial permettrait aussi d'utiliser l'énergie de rotation de la Terre pour lancer des sondes depuis l'orbite géostationnaire vers des orbites plus hautes. La vitesse orbitale tout en haut de l'ascenseur serait si grande qu'un satellite qui y serait largué n'aurait pas besoin de moteur pour échapper à l'attraction terrestre. Vénus, Mars, Jupiter et même la sortie du système solaire seraient accessibles sans énergie supplémentaire que celle requise pour atteindre l'orbite géostationnaire*D'après "The orbital tower : a spacecraft launcher using the Earth's rotational energy", article original de Jérôme PEARSON en 1975 et article de R. LEHOUCQ*



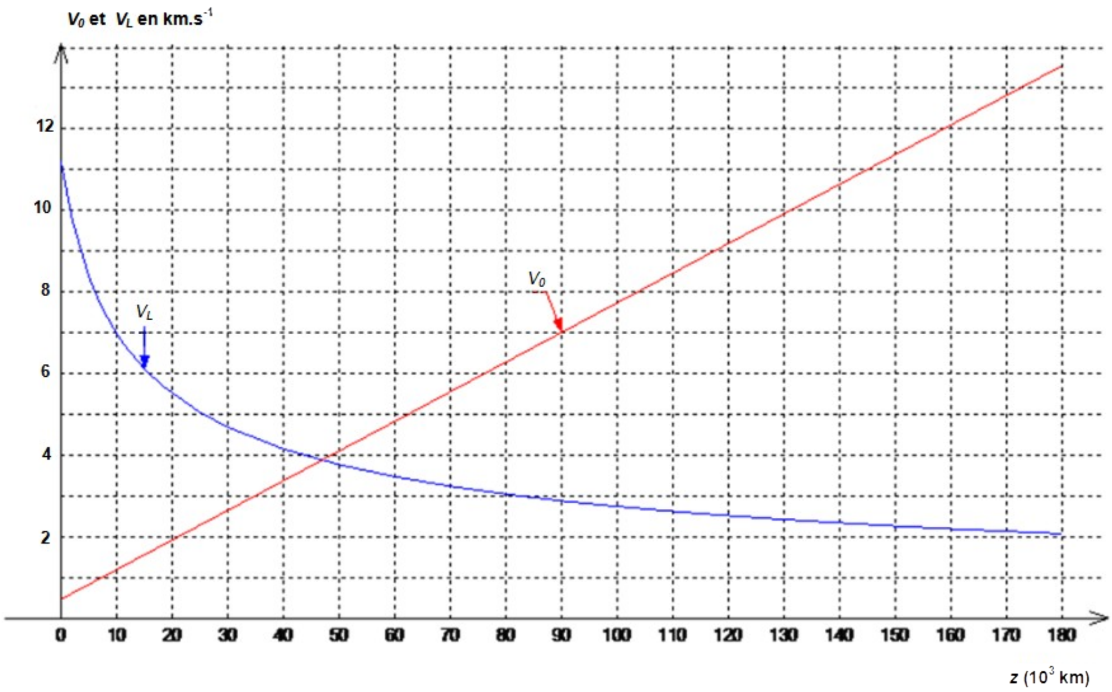
Fiche N°2-4-2
Lois de Kepler

Ascenceur Spatial

Document 2. Vitesse de libération et vitesse orbitale

Vitesse de libération V_L : vitesse minimale à communiquer à un projectile non motorisé dans le référentiel géocentrique (référentiel lié au solide imaginaire contenant le centre de la Terre et 3 étoiles éloignées) pour qu'il puisse s'échapper de l'attraction terrestre. Elle dépend de son altitude initiale *z*.

Vitesse orbitale V_O d'un point de l'ascenseur spatial : vitesse, par rapport au référentiel géocentrique, qu'il possède sur son orbite dans une direction perpendiculaire au fil de l'ascenseur.



Graphe représentant la vitesse de libération V_L et la vitesse orbitale V_O d'un point de l'ascenseur spatial (en km.s^{-1}) en fonction de l'altitude *z*.

1. Pourquoi utiliser un satellite géostationnaire pour ce projet ?

2. À partir des documents et sans faire de calcul, définir un satellite géostationnaire puis donner les valeurs de sa vitesse et de sa période dans le référentiel terrestre et dans le référentiel géocentrique.

3. Dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen, le satellite géostationnaire a une trajectoire circulaire. À partir de la deuxième loi de Kepler (ou des aires), montrer que le mouvement de ce satellite est uniforme.

Fiche N°2-4-2
Lois de Kepler

Ascenceur Spatial

4.En faisant référence à la question précédente, donner la direction et le sens du vecteur accélération du satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique. Montrer que ces résultats sont en conformité avec la deuxième loi de Newton.

5. Établir l'expression de la vitesse v du satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique en fonction de sa période $T_{Géo,}$ du rayon de la Terre R_T ($R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km) et de son altitude h puis calculer sa valeur.

6.D'après le texte, que faut-il « rajouter » à un satellite géostationnaire pour réaliser un ascenseur spatial ? Pour quelle raison est-il essentiel de placer un satellite à 36 000 km ?

L'ascenseur spatial
Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma :
la Terre de rayon équatorial $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km ;
le satellite géostationnaire en orbite à l'altitude h de « 36 000 km » ;
le câble reliant le satellite géostationnaire à la Terre ;
la cabine de l'ascenseur à une altitude h' = 20 000 km ;
le vecteur vitesse ascensionnelle $\overrightarrow{V_A}$de la cabine le long du fil ainsi que son vecteur vitesse orbitale $\overrightarrow{V_O}$.

7.Un point de l'ascenseur spatial situé à l'altitude z possède dans le référentiel géocentrique la vitesse orbitale VO(z) = $\dfrac{2\pi(R_T+z)}{T_{Géo}}$. Montrer que cette expression est cohérente avec l'allure de la courbe de la vitesse orbitale présentée dans le document 2.

8. En faisant référence au document 1, calculer la valeur de sa vitesse moyenne ascensionnelle.

9. Comparer la vitesse moyenne ascensionnelle à la vitesse orbitale à l'altitude h'.

« La vitesse tout en haut de l'ascenseur serait si grande qu'un satellite qui y serait largué n'aurait pas besoin de moteur pour échapper à l'attraction terrestre ».

10. Estimer l'altitude minimale de l'ascenseur spatial pour que le satellite s'échappe de l'attraction terrestre.

11. Estimer l'énergie cinétique à communiquer à un satellite de masse m = $1{,}5 \times 10^3$ kg, en orbite géostationnaire, pour qu'il s'échappe de l'attraction terrestre. Comment cette énergie peut-elle lui être communiquée ?