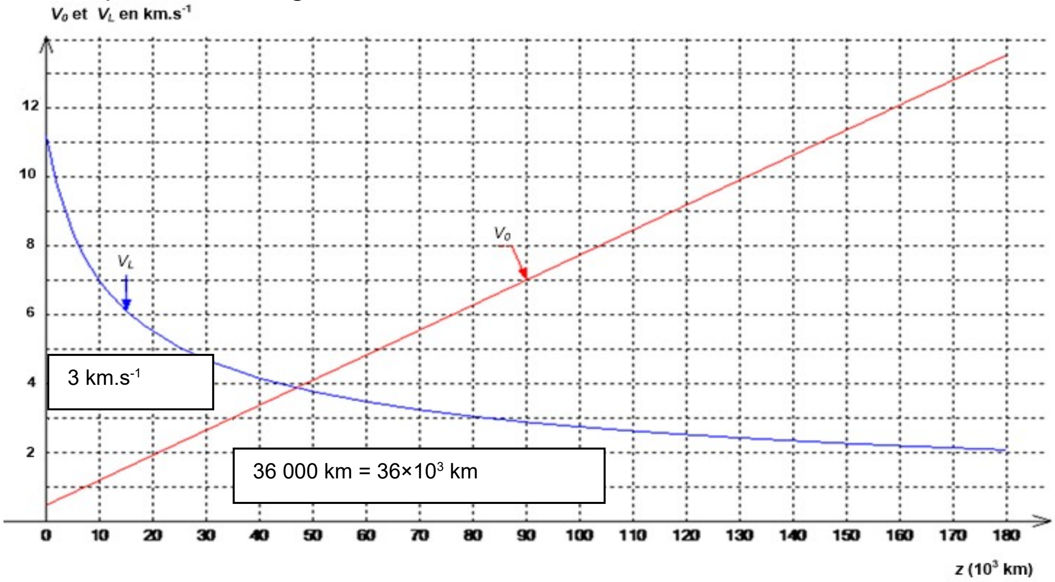
Fiche N°2-4-2
Lois de Kepler

Ascenceur Spatial

1. Pourquoi utiliser un satellite géostationnaire pour ce projet ?

1.1. Un satellite géostationnaire est situé sur une orbite équatoriale, à une altitude de 36 000 kilomètres.

Il apparaît immobile dans le référentiel terrestre, sa vitesse y est donc nulle.
La courbe représentative de la vitesse orbitale en fonction de l'altitude permet de dire que dans le référentiel géocentrique sa vitesse est égale à 3 km/s.
Enfin sa période est égale à 24 h.



1.2. La deuxième loi de Kepler ou loi des aires énonce que « les aires balayées par le vecteur Terre-Satellite pendant des durées égales sont égales ». Puisque sa trajectoire est circulaire, pour balayer toujours la même aire en un temps donné, le satellite doit avoir une vitesse constante. Son mouvement est circulaire et uniforme.

1.3. Pour un mouvement circulaire, l'expression du vecteur accélération dans la base de Frenet est $\vec{a} = \frac{dv}{dt}.\vec{\tau} + \frac{v^2}{r}.\vec{n}$ où r est le rayon de l'orbite circulaire.

Si le mouvement est uniforme alors $\frac{dv}{dt} = 0$ et il vient $\vec{a} = \frac{v^2}{r}.\vec{n}$.

Le vecteur accélération a pour
- direction : le rayon de la trajectoire ; il est radial
- sens : du satellite vers le centre de la Terre ; il est centripète.

Dans le référentiel géocentrique, le satellite n'est soumis qu'à $F_{T/S}$ l'attraction gravitationnelle de la Terre.
La deuxième loi de Newton indique $F_{T/S}$ = m.a où m est la masse du satellite,

Ascenceur Spatial

soit $a = \frac{F_{T/S}}{m}$.

Cette loi nous indique également que l'accélération est radiale et centripète tout comme la force d'attraction gravitationnelle.

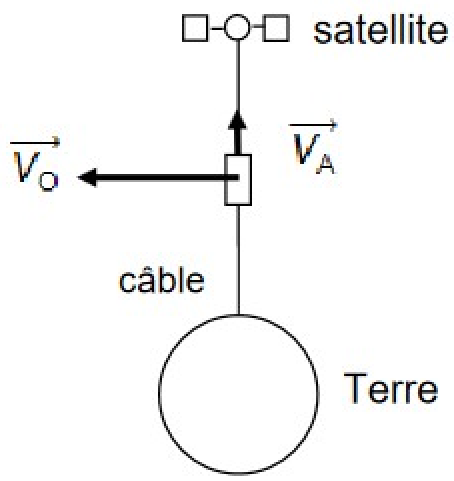
4. Le satellite parcourt son orbite de longueur égale à $2\pi.(R_T+h)$ en une durée égale à sa période de révolution $T_{Géo}$

$$v = \frac{2\pi.(R_T + h)}{T_{Géo}}$$

$$v = \frac{2\pi \times (6,4\times10^3 + 36\times10^3)\times10^3}{24\times3600} = 3,1\times10^3 \text{ m.s}^{-1} = 3,1 \text{ km.s}^{-1}$$

5. Pour transformer un satellite géostationnaire en ascenseur spatial, il faudrait le relier au sol terrestre avec un câble.

*L'altitude de 36000 km permet au satellite de rester toujours à l'aplomb du même point de la surface terrestre.*nseur spatial situé à l'altitude z possède dans le référentiel géocentrique la vitesse orbitale VO(z) = $\frac{2\pi(R_T + z)}{T_{Géo}}$.

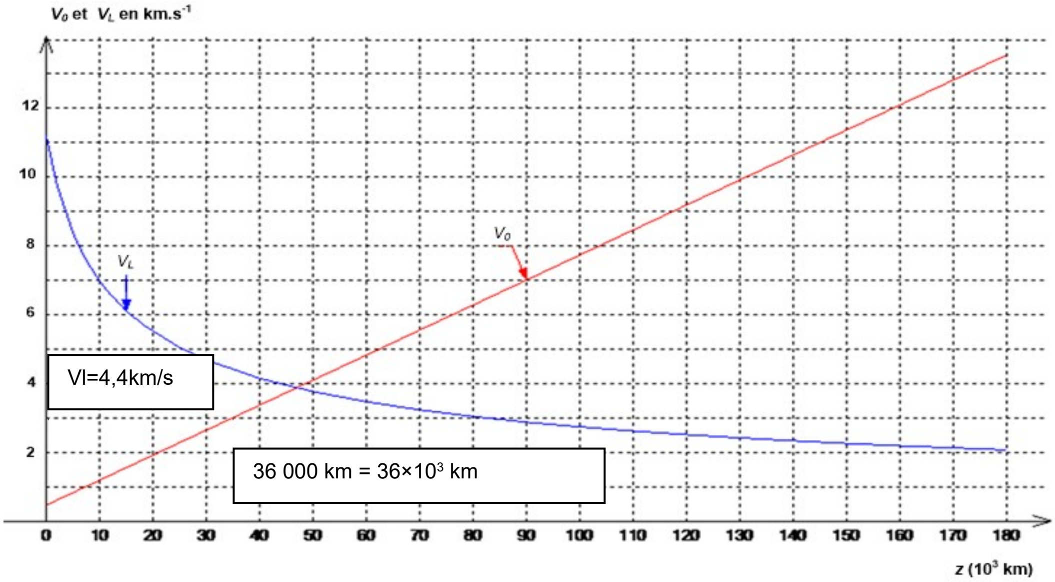


Fiche N°2-4-2
Lois de Kepler

Ascenceur Spatial

6. $v_0(z) = \dfrac{2\pi(R_T + z)}{T_{Géo}} = \dfrac{2\pi.R_T}{T_{Géo}} + \dfrac{2\pi.z}{T_{Géo}}$

D'après cette expression $v_0(z)$ est une fonction affine de l'altitude z. Sa représentation est une droite d'ordonnée à l'origine $\dfrac{2\pi.R_T}{T_{Géo}}$ et de coefficient directeur $\dfrac{2\pi}{T_{Géo}}$. Ce qui est en accord avec le document 2.



7. Le document 1 indique que l'ascension du satellite aurait une durée Δt égale à cinq jours.

Vitesse moyenne ascensionnelle : $v_A = \dfrac{h}{\Delta t}$

$v_A = \dfrac{36 \times 10^3 \times 10^3}{(5 \times 24 \times 3600)} = 8\times10^1$ m.s^{-1} (ou $v_A = \dfrac{36 \times 10^3}{(5 \times 24)} = 3\times10^2$ km.h^{-1})

8. À l'altitude h' = 20 000 km, on a $v_0(h') = \dfrac{2\pi(R_T + h')}{T_{Géo}}$

$v_0(z) = \dfrac{2\pi \times (6,4 \times 10^3 + 20 \times 10^3)}{24 \times 3600} = 1,9\ km.s^{-1}$ = $1,9\times10^3$ m.s^{-1}

(ou $v_0(z) = 6,9\times10^3$ km.h^{-1})

À l'altitude h', la vitesse moyenne ascensionnelle v_A est très inférieure à la vitesse orbitale v_0.

9. Pour échapper à l'attraction terrestre, la vitesse de lancement du satellite (égale à la vitesse du point de l'ascenseur où il se trouve) doit être au moins égale à la vitesse de libération.

Par lecture graphique de l'intersection des deux courbes du document 2, l'altitude minimale est de 46000km.

Ascenceur Spatial

10. D'après la réponse 4., à 36 000 km le satellite possède une vitesse orbitale $v = 3{,}1\ km.s^{-1}$.
Le document 2, montre qu'à cette altitude la vitesse de libération est d'environ $v_L = 4{,}4\ km.s^{-1}$.

L'apport ΔE_C d'énergie cinétique doit permettre à la vitesse d'augmenter de la valeur v à la valeur v_L.

$\Delta E_C = ½ .m.v_L^2 – ½ .m.v^2 = ½ .m.(v_L^2 – v^2)$
$E_C = 0{,}5 \times 1{,}5\times10^3 \times [(4{,}4\times10^3)^2 – (3{,}1\times10^3)^2] = 7{,}3\times10^9$ J.
Cette énergie peut être communiquée au satellite à l'aide d'un moteur.